Informes de la Construcción Vol. 16, nº 159
Abril de 1964

450 - 6

la flexión en hormigón armado con cuantías supracríticas, según la instrucción h. a. 61

OTTO GRATZER, prof. ingeniero
de la Universidad Central de Venezuela

CARLOS RAMOS, ingeniero

Participantes en el Curso de Estudios Mayores de la Construcción
cemco 63

sinopsis

Se comenta la determinación de esfuerzos en vigas rectangulares sometidas a flexión, con armadura simple, supracrítica, aplicando las fórmulas de cálculo en rotura de la Instrucción de Hormigón Armado h. a. 61. En estos casos, la profundidad de la zona comprimida de la sección (en el supuesto de tensión uniformemente repartida) es mayor de la mitad del canto útil, por lo que no se conocen «a priori» la tensión de rotura del hormigón ni la profundidad de la zona comprimida.

La consideración de este caso se divide para su análisis en dos partes: 1.ª Cálculo teórico exacto y 2.ª Simplificación práctica de las fórmulas obtenidas.

Introducción

El caso que se pretende estudiar tiene primordialmente un interés teórico, ya que la Instrucción de Hormigón Armado h. a. 61 limita el momento de agotamiento de piezas rectangulares sometidas a flexión, con armadura simple y con profundidad de la zona comprimida mayor de la mitad del canto útil ($z > 0,5\ h$), a un valor tope de $M^* = 0,375\ V \cdot h$; con lo que se resuelven los casos prácticos.

No obstante, los valores aquí obtenidos servirán como comprobación de los esfuerzos a los cuales estará sometida la sección, y podrían utilizarse en la práctica como ratificación, con ayuda experimental, de las hipótesis de cálculo enunciadas en la Instrucción.

En lo que sigue se utiliza la misma notación empleada en la Instrucción h. a. 61.

1) En el caso que tratamos de $U > 0,5\ V$, no será suficiente la aplicación de las dos ecuaciones de equilibrio (de fuerzas y de momentos) que se utilizan cuando $z < 0,5\ h$; sino que será necesario recurrir a una tercera ecuación de compatibilidad de deformaciones, para la cual se aceptarán las hipótesis complementarias establecidas en el artículo 3.18-3 de la Instrucción h. a. 61.

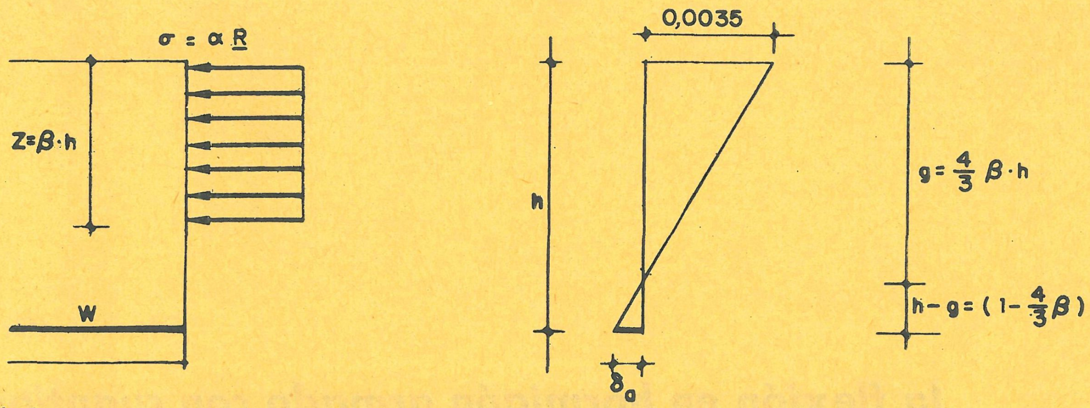

Fig. 1

Para poder satisfacer las tres ecuaciones anteriores deberá reducirse el valor de la tensión de rotura del hormigón en compresión, $\underline{R}$. Llamaremos a este coeficiente de reducción α, cuyos valores oscilarán entre 1 y 0,75, a medida que la profundidad de la zona comprimida de la sección pase de $z = 0{,}5\ h$ a $z = h$.

Análogamente, se designará la profundidad del rectángulo de compresiones como $z = \beta \cdot h$, donde β recorrerá el campo antes especificado, variando de 0,5 a 1 para el caso en estudio.

Planteamiento de las ecuaciones (fig. 1)

Ecuación de equilibrio de fuerzas:

$$\alpha\beta\underline{R}bh = \delta_a \cdot E_a \cdot W .$$

Llamando $\underline{R}bh = V$; $\frac{E_a \cdot W}{V} = \gamma$, tenemos:

$$\alpha \cdot \beta = \delta_a \cdot \gamma . \qquad [1]$$

Ecuación de equilibrio de momentos:

$$\alpha\beta\underline{R}bh\left[h - \frac{\beta \cdot h}{2}\right] = M^* = 0{,}375\ V \cdot h$$

$$\alpha\beta\left[1 - \frac{\beta}{2}\right] = 0{,}375 . \qquad [2]$$

Ecuación de compatibilidad de deformaciones:

$$\frac{\frac{4}{3}\beta \cdot h}{0{,}0035} = \frac{h\left[1 - \frac{4}{3}\beta\right]}{\delta_a}$$

$$\beta[0{,}0035 + \delta_a] = 0{,}00263 . \qquad [3]$$

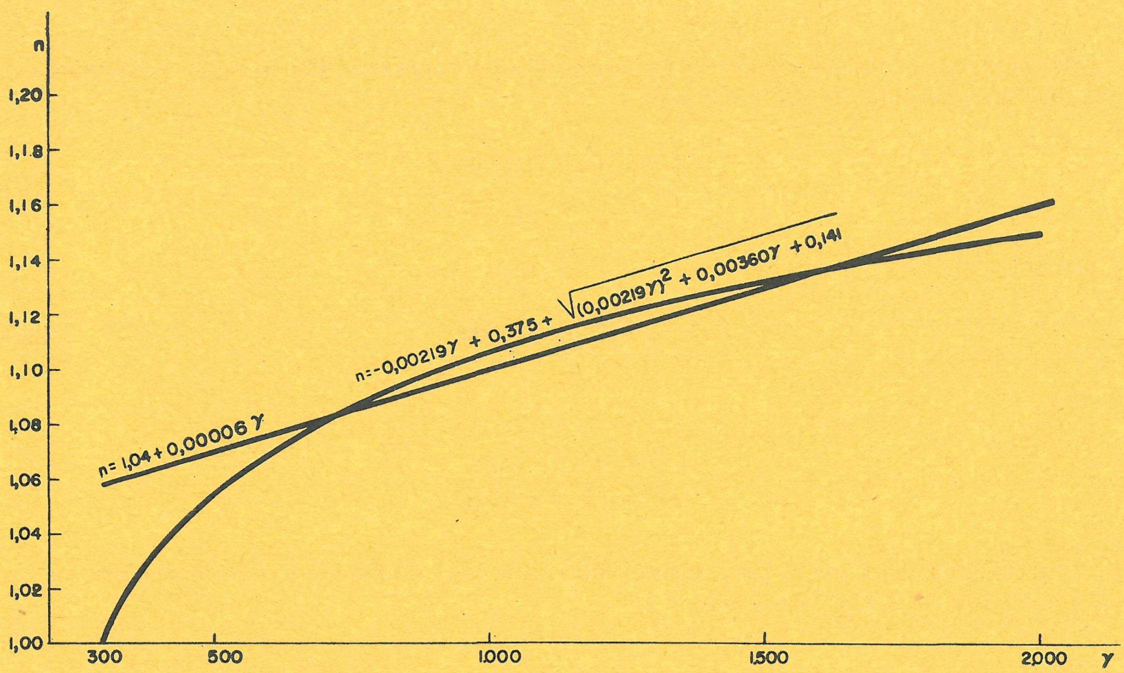

Fig. 2

De la [1] se obtiene:

$$\alpha = \frac{\delta_a \cdot \gamma}{\beta} \qquad [1a]$$

y de la [3] tenemos:

$$\beta = \frac{0{,}00263}{0{,}0035 + \delta_a} \qquad [3a]$$

Sustituyendo los valores de α y β en la [2] se obtiene una ecuación de segundo grado en δ_a:

$$\gamma \delta^2_a + \delta_a (0{,}00219\,\gamma - 0{,}375) - 0{,}00131 = 0$$

$$\delta_a = \frac{-0{,}00219\,\gamma + 0{,}375 + \sqrt{(0{,}00219\,\gamma)^2 + 0{,}00360\,\gamma + 0{,}141}}{2\,\gamma} \qquad [4]$$

La raíz negativa, que corresponde a la otra solución de la ecuación de segundo grado, no tiene significado en el fenómeno de flexión, ya que equivaldría a tener acortamiento en la armadura.

La [4] nos permitirá obtener el alargamiento en el acero, y su numerador (n) puede ser representado gráficamente según se muestra en la figura 2.

2) *Se observa* en esta figura que una recta cuya expresión sea

$$n = 1{,}04 + 0{,}00006\,\gamma$$

se ajusta con bastante exactitud a la curva teórica para valores de γ comprendidos entre 500 y 2.000, que son los límites usuales de variación de este parámetro. Por lo tanto, podríamos expresar el alargamiento en el acero como:

$$\delta_a = \frac{1{,}04 + 0{,}00006\,\gamma}{2\,\gamma} \qquad [5]$$

o también:

$$\delta_a = 0{,}52\,\rho + 0{,}00003\,, \qquad [5a]$$

donde

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{V}{E_a \cdot W}$$

Una vez obtenida δ_a de la [5a], sustituyendo en la [3a] se obtiene β, y reemplazando los valores de δ_a y β en la [1a] obtendremos α.

Los valores de α, β y δ_a constituyen las incógnitas de nuestro problema, según se ha visto anteriormente; y su determinación por medio de las ecuaciones precedentes tiene un interés principalmente de tipo experimental, pues, como ya hemos dicho, permitirán comprobar las condiciones reales en los casos en que la profundidad de la zona comprimida de la sección sea mayor de la mitad del canto útil.

Bajo las condiciones antedichas, la armadura de tracción no habrá entrado aún en la fase de límite elástico, por lo cual se producirá la rotura de la viga por compresión en el hormigón.

La colocación de «strain-gages» permitirá comprobar, en el ensayo de una viga armada con cuantía supracrítica, las magnitudes calculadas, y verificar, por tanto, las hipótesis de cálculo de la Instrucción de Hormigón Armado h. a. 61.

Ejemplo:

Sea una sección de una viga de $b = 20$ cm y $ht = 30$ cm, con una armadura $W = 6\ \emptyset\ 20$, con recubrimiento $r = 3$ cm, y con resistencias características en el hormigón y acero de $R_k = 200$ kg/cm² y $A_k = 2.400$ kg/cm², respectivamente.

Determinación de V y γ:

$$V = Rbh = \frac{200}{1{,}6} \times 20 \times 27 = 67.500 \text{ kg} \quad , \quad \gamma = \frac{2{,}1 \times 10^6 \times 18{,}8}{67.500} = 585\,.$$

El valor de δ_a, determinado mediante la [4], nos da:

$$\delta_a = \frac{-\,0{,}00219 \times 585 + 0{,}375 + \sqrt{(0{,}00219 \times 585)^2 + 0{,}00360 \times 585 + 0.141}}{2 \times 585}$$

$$\delta_a = 0{,}00092\,,$$

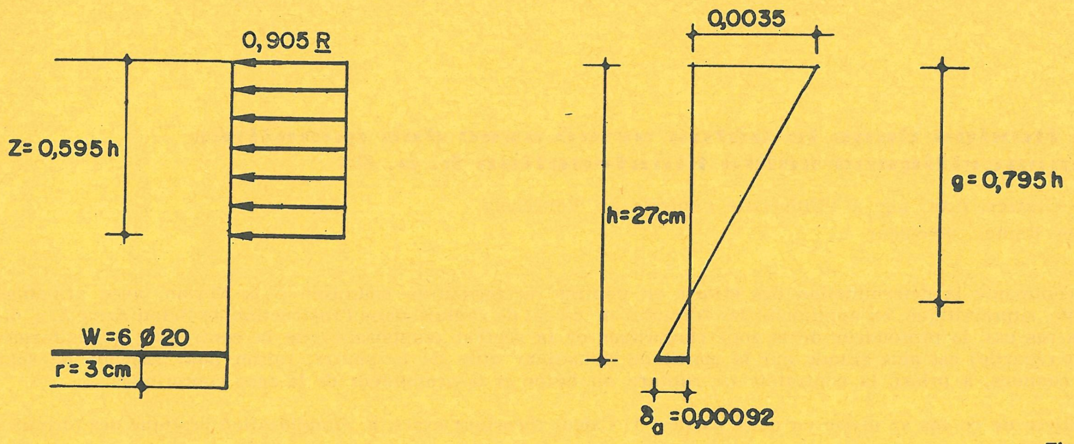

Fig. 3

o bien, determinando δ_a por la ecuación simplificada [5a]:

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{585} = 0{,}00171$$

$$\delta_a = 0{,}52 \times 0{,}00171 + 0{,}00003 = 0{,}00089 + 0{,}00003$$

$$\delta_a = 0{,}00092 \,,$$

o sea, el mismo valor que obtuvimos mediante la [4].

Sustituyendo en la [3a] tendremos:

$$\beta = \frac{0{,}00263}{0{,}0035 + 0{,}00092} = \frac{0{,}00263}{0{,}00442}$$

$$\beta = 0{,}595 \,.$$

Reemplazando los valores de δ_a y β en la [1a] tenemos:

$$\alpha = \frac{0{,}00092 \times 585}{0{,}595} = \frac{0{,}538}{0{,}595}$$

$$\alpha = 0{,}905 \,.$$

Y los diagramas correspondientes son los de la figura 3.

El cálculo se ha hecho con las resistencias minoradas de los materiales. Evidentemente, si se tratase de proyectar una viga de ensayo, deberían utilizarse los valores característicos.

résumé ● summary ● zusammenfassung

La flexion dans le bèton armé avec des quantités supracritiques selon l'Instruction h. a. 61

Otto Gratzer, prof. ing. à l'Université Centrale du Venezuela.
Carlos Ramos, ingénieur

On commente la détermination des efforts en poutres rectangulaires soumises à la flexion, avec armature simple, supracritique, en appliquant les formules de calcul de rupture dans l'Instruction de Béton Armé h. a. 61. Dans ces cas, la profondeur de la zone comprimée de la section (supposant que la contrainte est uniformément répartie) est plus grande que la moitié de la hauteur utile de la poutre, raison pour laquelle ne sont pas connues, a priori, la contrainte de rupture du béton et la profondeur de la zone comprimée.

L'analyse de ce cas se divise en deux parties: 1. Calcul théorique exact; 2. Simplification pratique des formules obtenues.

Bending of reinforced concrete with supercritical percentage steel; in accordance with h. a. 61 specification

Otto Gratzer, engineer of the Central University of Venezuela
Carlos Ramos, engineer.

This paper comments the method of determining stresses in rectangular beams under bending loads, when the beams are fitted with simple, supercritical reinforcement, and when the calculation method is in accordance with Reinforced Concrete Specification h. a. 61, based on ultimate loads. In this case the compression zone, assuming a uniformly distributed compression stress, is more than half of the effective depth of the section. Hence the failing stress of the concrete, and the depth of the compression zone, are not known a priori.

The study of this case involves two stages: 1) exact theoretical calculation, 2) practical simplification of the resulting formulae.

Die Biegefestigkeit von überbewehrtem Stahlbeton nach der Instruktion h. a. 61

Otto Gratzer, Ingenieur, Professor der Universidad Central in Venezuela
Carlos Ramos, Ingenieur

Der Artikel handelt von der Bestimmung der Biegespannungen in rechteckigen, einfachen und überbewehrten Stahlbetonträgern unter Anwendung der in der «Instrucción de Hormigón Armado h. a. 61» enthaltenen Formeln zur Berechnung der Tragkräfte. In diesen Fällen ist die Dicke des komprimierten Teiles des Querschnittes um die Hälfte grösser als die Nutzhöhe (Unter Voraussetzung einer gleichmässigen Verteilung der Spannung), wodurch man weder die Bruchspannung des Betons noch die Dicke des komprimierten Teils im voraus weiss.

Zur Untersuchung dieses Falles wurde die Abhandlung in 2 Teile eingeteilt:

1.ª Genaue theoretische Berechnung.
2.ª Vereinfachung der erhaltenen Formeln für die Praxis.